



一 大数的认识

一、计数单位与数位顺序表

1.一(个)、十、百、千、万、十万、百万……都是计数单位。

2.数位顺序表。

数级	……	亿级				万级				个级			
数位	……	千亿位	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位
计数单位	……	千亿	百亿	十亿	亿	千万	百万	十万	万	千	百	十	一(个)

3.在数位顺序表中,从个位起向左数,每四位为一级,分别是个级、万级、亿级……

4.每相邻两个计数单位之间的进率都是10。这就是十进制计数法。

二、大数的读法、写法

1.大数的读法:

(1)读数时,要从高位读起,按照数位顺序表划分数级,先读亿级,再读万级,最后读个级。

(2)读亿级上的数时,先要按照个级上的数的读法来读,再在后面加一个“亿”字;读万级上的数时,先要按照个级上的数的读法来读,再在后面加一个“万”字;读个级上的数时,直接读即可。

(3)每级末尾不管有几个0,都不读,其他数位上有一个或者连续几个0,都只读一个零。

2.大数的写法:

(1)写数时,从高位起一级一级往下写,即先写亿级,再写万级,最后写个级。

(2)哪一个数位上一个计数单位也没有,就在那个数位上写0占位。

三、数的大小比较

1.比较大数的大小时,首先要看数的位数,位数多的那个数就大。

2.如果位数相同,就比较最高位,最高位上的数大的那个数就大。

导学点睛

10个十万是一百万,10个一百万是一千万,10个一千万是一亿。

计数单位与数位的区别:

计数单位是指计算物体个数的单位;数位是指一个数中每个数字所占的位置。

易错点:误认为计数单位之间的进率都是10,这是不对的,一定要注意“相邻”二字。

读数时一定要写汉字,不能写阿拉伯数字。如97000000读作:九千七百万,而不是9千7百万。

举例:707450055

错解:七亿七千四百五十五万五千

正解:七亿零七百四十五万零五十五

写亿以上数时,除了亿级外,万级和个级都要保证有四位数。

巧记

大数比较数数位,
数位相同看首位;
首位相同比下位,
比出大小巧解答。

3.如果最高位上的数相同,就比较下一位上的数,下一位上的数大的那个数就大。 4.如果最高位的下一位上的数也相同,就按照上述方法依次比较下去,直到比较出大小为止。 四、数的改写 1.改写整亿、整万的数。 (1)改写整万的数时,先分级,然后去掉万级后面的 4 个 0,并在末尾写上“万”字。 (2)改写整亿的数时,先分级,然后去掉亿级后面的 8 个 0,并在末尾写上“亿”字。 2.用“四舍五入”法求近似数 用“四舍五入”法求一个数的近似数,精确到哪一位就看它的下一位是大于 5,等于 5,还是小于 5。 (1)如果精确位的下一位大于或等于 5,就把精确位后面的数全部舍去,并向前一位进 1。 (2)如果精确位的下一位小于 5,就直接把精确位后面的数全部舍去。	“≈”是约等号,读作“约等于”。 易错点:只有整亿的数改写成以“亿”为单位的数时,才可以用“=”连接,而非整亿的数改写后是一个近似数,要用“≈”连接。
--	---

二 乘 法

一、三位数乘两位数的计算法则

1.三位数乘两位数(进位,因数中间和末尾没有 0)

(1)较大的数写在上面,相同数位对齐。

(2)用两位数的个位与另一个因数的每一位依次相乘,所得积的末位与个位对齐。

(3)用两位数的十位与另一个因数的每一位依次相乘,所得积的末位与十位对齐。

(4)将两次乘得的积加起来。

2.三位数乘两位数(一个因数中间有 0)

下面的两位数的个位或十位与 0 相乘后,加上进位数,写在相应位置,如果没有进位,就在这一位上写 0。

3.三位数乘两位数(因数的末尾有 0)

先将 0 前面的数相乘,再看两个因数末尾一共有几个 0,就在积的末尾添上几个 0。

二、三位数乘两位数(估算)

在进行三位数乘两位数的估算时,可以根据“四舍五入”法把三位数看成整百或整十数,两位数看成整十数来进行估算。

三、积的变化规律

在乘法算式中,一个因数不变,另一个因数乘(或除以)几(0 除外),积也乘(或除以)相同的数。如:

$$18 \times 2 = 36$$

$$45 \times 3 = 135$$

$$180 \times 2 = 360 \quad 45 \times 30 = 1350$$

$$180 \times 20 = 3600 \quad 450 \times 30 = 13500$$

导学点睛

巧记

三位数乘两位数,
竖式计算别马虎,
大数在上位对齐,
下面的数最辛苦,
个位乘完十位乘,
对准各自积尾数,
所得的积加一起,
就是最后的得数。

易错点:

哪一位去乘上面的数,积的末位就和那一位对齐。因数末尾有 0,只需先乘 0 前面的数,再把 0 添上。

易错点:

把三位数看成整百数时,要看十位上的数字是该“四舍”还是该“五入”。

易错点:

乘法算式中,一个因数乘几(0 除外),另一个因数除以几(0 除外),积不变。

三 运算定律

一、加法运算定律

1.加法交换律

两个数相加,交换加数的位置,和不变,这叫做加法交换律。

用字母表示: $a+b=b+a$

2.加法结合律

三个数相加,先把前两个数相加再加第三个数,或者先把后两个数相加再加第一个数,和不变,这叫做加法结合律。

用字母表示: $(a+b)+c=a+(b+c)$

3.加法算式中的简便计算

利用“加法交换律”和“加法结合律”可以使计算更简便。简便计算的基本原则是“凑整”。

如下所示:

$$\begin{aligned} & 582+115+118+385 \\ &=582+118+115+385 \quad \dots\dots(\text{加法交换律}) \\ &=(582+118)+(115+385) \quad \dots\dots(\text{加法结合律}) \\ &=700+500 \\ &=1200 \end{aligned}$$

二、乘法运算定律

1.乘法交换律

两个数相乘,交换因数的位置,积不变,这叫做乘法交换律。

用字母表示: $a \times b = b \times a$

2.乘法结合律

三个数相乘,先把前两个数相乘,再与第三个数相乘,或者先把后两个数相乘,再与第一个数相乘,积不变。这叫做乘法结合律。

用字母表示: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

3.乘法分配律

两个数的和与一个数相乘,可以先用这两个加数分别与这个数相乘,再把两个积相加,结果不变。这叫做乘法分配律。

导学点睛

巧记

加法乘法运算律,
用的巧妙可简便,
交换加数、因数位,
所得结果不会变,
一个数乘两数和,
看看能否用简便,
如果可以凑成整,
分乘再加和不变。

易错点:

一个数连续减去两个数,可以用这个数减去两个数的和。

不管运用什么定律,凑整数是简便计算最基本的原则。要根据每一题的实际情况,判断应该用什么方法更简便。

用字母表示: $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

4. 乘法算式中的简便计算

(1) $25 \times 13 \times 4$
 $= 25 \times 4 \times 13$
 $= 100 \times 13$
 $= 1300$ (乘法交换律和结合律)

(2) 102×39
 $= (100 + 2) \times 39$
 $= 100 \times 39 + 2 \times 39$
 $= 3900 + 78$
 $= 3978$ (乘法分配律)

(3) $35 \times 89 + 65 \times 89$
 $= (35 + 65) \times 89$
 $= 100 \times 89$
 $= 8900$ (乘法分配律)

四 线 与 角

一、线段、射线和直线

1. 线段

线段有两个端点,可以量出长度。



2. 射线

射线只有一个端点,可以向一端无限延长。也可以将射线看作是把线段的一端无限延长,得到一条射线。射线不能测量长度。

射线: 

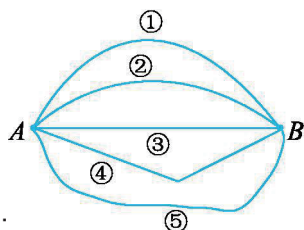
3. 直线

直线没有端点,可以向两端无限延长。也可以将直线看作是将线段的两端无限延长,得到一条直线。直线不能测量长度。

直线: 

	线段	射线	直线
图形			
表示方法	线段 AB	射线 AB	直线 AB 或直线 BA
端点个数	2 个	1 个	0 个
能否延长	不能	向一边无限延长	向两边无限延长
能否度量	能	不能	不能

4. 两点之间线段最短。



如下图:

通过观察,第③条路线最短,也就是两点之间线段最短。

二、角

从一点引出的两条射线所组成的图形叫做角。角通常用符号“ $\angle$ ”来表示。

导学点睛

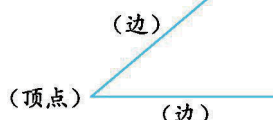
巧记

射线一路跑到黑,
直线两端无头尾,
线段两端被固定,
要量长度不用愁。

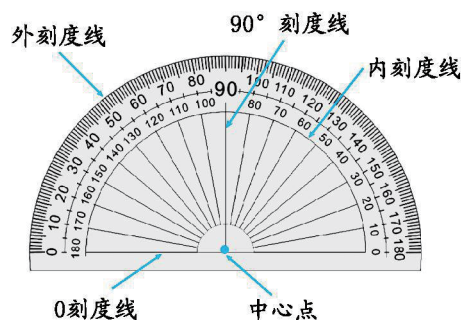
易错点:

直线:是直的,没有端点。有些曲线,虽然也没有端点,但不属于直线。

1. 角的度量



(1) 角的计量单位是“度”，用符号“°”表示，把半圆分成 180 等份，每一份所对的角的大小是 1 度，记作 1°，量角的工具是量角器。



(2) 量角的步骤

- ① 将角的顶点与量角器的中心点重合。
- ② 让量角器的 0 刻度线与角的一条边重合。
- ③ 角的另一条边所对的量角器上的刻度就是角的度数。

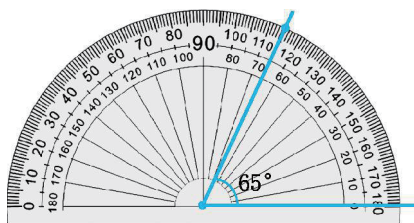
2. 角的分类

锐角是小于 90° 的角；直角是等于 90° 的角；钝角是大于 90° 且小于 180° 的角；平角是等于 180° 的角，平角的两条边在同一条直线上；周角是等于 360° 的角，周角的两条边互相重合，在同一条直线上。

1 平角 = 2 直角 1 周角 = 2 平角 = 4 直角

3. 画角

画角的步骤(以画一个 65° 的角为例):



- (1) 画一条射线。
- (2) 使量角器的中心点和射线的端点重合，0 刻度线和射线重合。
- (3) 在量角器 65° 刻度线的地方点一个点。

易错点:

角的大小与角两边的长短无关。角的顶点确定角的位置，角的两边叉开的大小确定角的大小。

巧记

角的分类看大小，
锐角直角和钝角，
还有平角和周角，
从小到大错不了。

一副三角尺有两个，其中一个三角尺是等腰直角三角形，分别是 45°、45°、90° 的角，另一个三角尺分别是 30°、60°、90° 的角，利用一副三角尺，可以画出很多特殊的角，比如：15°、105°、135°、150° 等。

用量角器量角时，一定要明确是读内刻度线，还是读外刻度线。

(4)以画的射线的端点为端点,通过刚画的点,再画一条射线。	
--------------------------------------	--

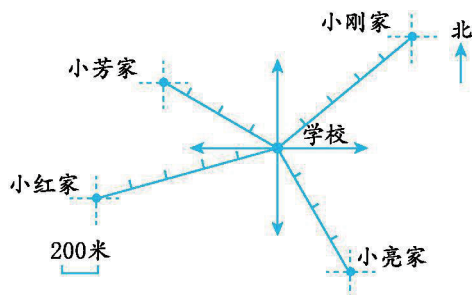
五 方向与位置

一、描述物体的方向

1. 确定一个点的位置,除了知道方向,还要知道距离。方向和距离是确定位置的两要素。

2. 根据方向和距离确定物体位置

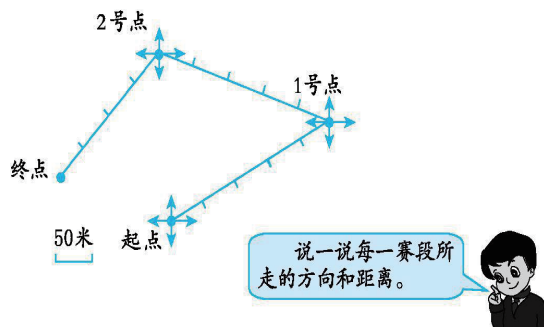
首先要确定方向;再确定距离,在位置图中,可以用单位长度的线段表示较长的实际距离,根据实际距离确定图中线段的长度;最后画出物体具体位置,标明名称。



如上图:以学校为观测点,要确定小芳家、小红家、小刚家、小亮家的位置,就要分别确定它们的方向和距离,小芳家在学校的西北方向,距离是4个格,每格代表200米,即800米;小红家在学校的西南方向,距离是5个格,即1000米;小刚家在学校的东北方向,距离是5个格,即1000米;小亮家在学校的东南方向,距离是4个格,即800米。

二、描述路线图

描述路线图时,三个要素不能少,一是观测点,观测点是不变的;二是方向要找准;三是注意单位距离表示的实际距离。按照先后顺序依次描述出行时走的方向和距离。



如上图,要描述每个赛段所走的方向和路程,

导学点睛

位置具有相对性,找准观测点很关键,在观测点处用虚线画出方向标,可以帮助确定方向。

易错点:

在表述两个方向中间的方向时,通常把东、西放在前面,把南、北放在后面。

易错点:

观测点不是一成不变的,要随着行程的变化而变化。

描述行走路线时,要先描述起点,再描述方向,最后描述距离。

首先从起点出发,向 1 号点行进,1 号点在起点的东北方向,要走 5 个单位长度,也就是 250 米;然后从 1 号点向西北行进 250 米到达 2 号点;再以 2 号点为观测点向西南行进 200 米到达终点。

三、用数对确定物体的位置

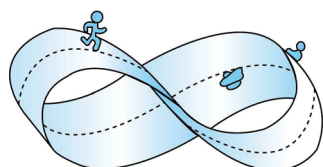
用数对确定物体的位置,主要是确定物体所在的“列数、行数”,确定了物体所在的列和行,就可以写出数对。也可以根据数对表示出来的列数和行数,确定物体的位置。

如:A 同学在教室中的位置是第 3 列、第 5 行,他的位置用数对表示为(3,5);B 同学的位置用数对表示为(2,4),那么他在教室中的位置是第 2 列、第 4 行。

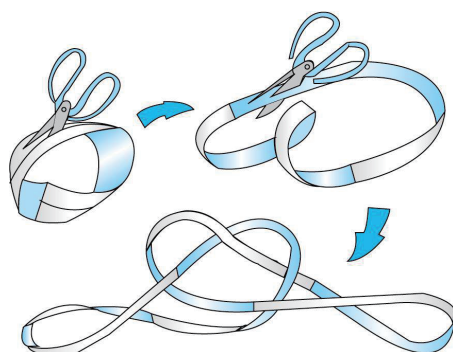
四、魔术纸圈

莫比乌斯圈

德国有一位数学家叫莫比乌斯,在 1858 年发现了这样一个奇妙的纸圈。所以人们就把这样的纸圈叫莫比乌斯圈。



莫比乌斯圈只有一个面,一只小虫可以爬遍整个曲面而不必跨过它的边缘。沿着莫比乌斯圈的中心线剪开,不会像普通纸圈一样得到两个纸圈,而是得到一个更大的纸圈。



易错点:

虽然人们常习惯说“行、列”,但数对的格式是(列数,行数)。

莫比乌斯圈在实际生活中的应用非常广泛。

六 除 法

一、三位数除以两位数的计算

1.两、三位数除以整十数

可以先将被除数和除数都看作是几个十,然后按照除数是一位数的方法去口算。

比如: $150 \div 30$

想:150 是 15 个十,30 是 3 个十,因为 $15 \div 3 = 5$,所以 $150 \div 30 = 5$ 。

2.除数不是整十数的笔算除法

把除数看作与它接近的整十数来试商,试得的商和除数相乘,如果余数比除数小,说明试得的商是合适的。

比如: $72 \div 12$

想:把 12 看作 10,72 看作 70,试商 7,然后用 $7 \times 12 = 84$,发现商大了,调小一些,商 6, $6 \times 12 = 72$,商正好,可得 $72 \div 12 = 6$ 。

3.三位数除以两位数

(1)从被除数的最高位除起。

(2)先用除数去试除被除数的前两位,如果比除数小,再试除前三位。

(3)除到哪一位,就在那一位上面写商。

(4)每次除得的余数都要比除数小。

4.试商法:

四舍法:当除数的个位上是 1、2、3、4 时舍去,看作整十数去估计大概商几,此法试得初商通常大些,如不合适应调小。

五入法:当除数的个位上是 5、6、7、8、9 时进一,看作整十数去估计大概商几,此法试得初商通常小些,如不合适应调大。

二、三位数除以两位数(估算)

在进行三位数除以两位数的估算时,可以根据“四舍五入”法把三位数看成整百或整十数,两位数看成整十数来进行估算。

导学点睛

巧记

除法要从高位起,
除到哪里商哪里,
余数不能大除数,
这个道理别忘记。

易错点:

用“四舍”法估计除数来试商,得到的商容易偏大;用“五入”法估计除数来试商,得到的商容易偏小。

易错点:

把三位数看成整百数时,要看十位上的数字是该“四舍”,还是该“五入”。

七 用计算器探索规律

一、认识计算器

1. 计算器是生活中比较普及的计算工具,它通常分为显示器与键盘区两部分。



开机键是 ON,关机键是 OFF,有时也用一個键开机和关机是 ON/OFF,清除键是 C 或者 AC,有时清除键和开机键是 ON/C,还有数字键 0~9,运算符号键“+、-、×、÷”以及“=”等其他功能键。

2. 如何运用计算机进行计算。

比如: $27+39$

(1)开机按 ON/C 键。

(2)按数字键 2、7,显示屏显示 27。

(3)按 +,显示屏显示 27。

(4)按数字键 3、9,显示屏显示 39。

(5)按 = 键,显示屏显示计算结果为 66。

二、用计算器探索规律

计算过程中,我们可以先用计算器计算,然后通过观察、比较、归纳、类比发现并表达同组算式中的规律。

比如: $1 \times 1 = 1$

$11 \times 11 = 121$

$111 \times 111 = 12321$

$1111 \times 1111 = 1234321$

首先我们可以用计算器计算前三个算式的结果,通过计算和观察规律,乘法算式的两个因数是相同的,由若干个 1 组成,因数有几个 1,乘积就先从 1 排列到几,然后从几排到 1,比如: $1111 \times 1111 = 1234321$,两个因数由 4 个 1 组成,积就从 1 排到 4 再排到 1,即 1234321,这样我们就可以推断出下一个算式的乘积为 $11111 \times 11111 = 12345321$ 。

导学点睛

计算器的种类和型号有很多种,不同种类和不同型号的计算器,其构造和作用也不一样,但均有最基本的运算能力。

用计算器计算时,输入运算符号,并不显示运算符号。

要找规律,可以从数字的个数,排列规律等方面去类比,看有什么变化。

八 条形统计图

一、认识条形统计图

1. 用一个单位长度(如 1 厘米)表示一定的数量,根据数量的多少,画成长短相应成比例的直条,并按一定顺序排列起来,这样的统计图,称为条形统计图。

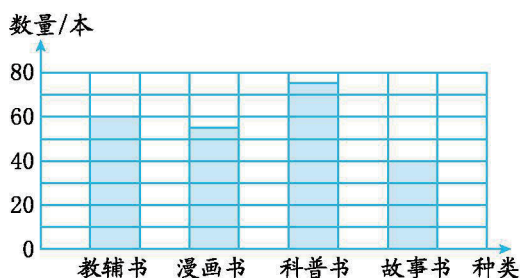
2. 条形统计图的特点

能清楚地表示出数量的多少,是统计图资料分析中最常用的图形。

按照排列方式的不同,可分为纵式条形统计图和横式条形统计图。

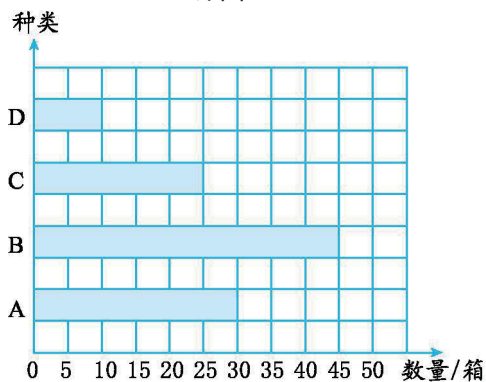
纵式条形统计图:

“图书角”图书统计图



横式条形统计图:

鸿丰商场 2016 年 6 月某周矿泉水销售量统计图



二、制作条形统计图

1. 从同一顶点画出两条射线分别作为统计图的纵轴和横轴。

2. 确定好纵轴或横轴代表的是什么,一般纵式条形统计图中都会用纵轴来表示变化的数据。

3. 确定纵轴上 1 格代表几个单位。

观察条形统计图,可以从图中读出我们需要的信息,要注意 1 格代表几个单位。

纵式条形统计图和横式条形统计图的原理是一样的,只是在不同情况下更为方便。

易错点:

如果数据只是在一个范围内,而这个范围的最低值又比较大,统计图中起始格可以用曲线表示 0 至最低值,从最低值开始有规律地上升。

4.在横轴上正确的位置画出长条,表示数据。	
-----------------------	--

九 可 能 性

一、确定事件与不确定事件

1. 确定事件

确定事件分两种,

一种是确定必然会发生的,描述时一般用到“一定”“必须”等词语。比如:太阳每天一定从东方升起。

一种是确定必然不会发生的,描述时一般用到“绝不”“不可能”等词语,比如:地球不可能围绕月球转动。

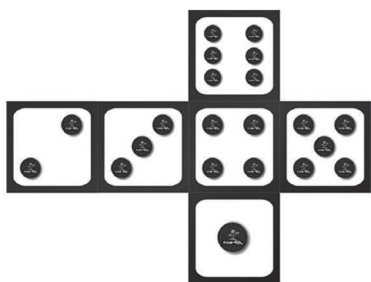
2. 不确定事件

不确定事件是指事件的结果有不同的可能性,描述不确定事件常用到“可能”“不一定”“也许”等词语。比如:雨后可能出现彩虹,雨后出现彩虹这个事件有可能发生,也有可能不发生。

二、事件发生的可能性大小

通过事件的实际条件,可以判断出某种情况出现的可能性大小。

比如:投骰子,骰子有六个面,每个面上的点数是从 1 到 6。



这六个面出现的可能性相同,机会均等。

导学点睛

确定事件或不确定事件,要根据实际情况来判断。

事件发生的可能性大小和游戏的公平性有关,要想让获胜的机会均等,必须有相等的机会。

十 数学百花园

一、重叠问题

1.当两个计数部分中有重复包含的内容时,我们称之为“重叠问题”。

2.数量关系

实际人(或物)数=第一类人(或物)数+第二类人(或物)数-重叠部分人(或物)数

解答重叠问题时,必须从条件入手认真分析,有时可以根据条件画图来帮助我们思考,找出哪些是重复的,重复了几次,明确求的是哪一部分,从而找出解题的方法。

比如:四(1)班同学每人至少参加一种课外活动小组,参加美术组的有 18 人,参加音乐组的有 17 人,两组都参加的有 10 人,求四(1)班一共有多少人?

计算时确定关键的三个量:第一类人数,就是参加美术组的人有 18 人;第二类人数,就是参加音乐组的人有 17 人;重叠人数,就是两组都参加的有 10 人。根据关系式“实际人(或物)数=第一类人(或物)数+第二类人(或物)数-重叠部分人(或物)数”,列出算式为
 $18+17-10=25(\text{人})$ 。

二、方阵问题

1.学生排队,士兵列队,横着排叫做行,竖着排叫做列。如果行数与列数都相等,则正好排成一个正方形,这种图形就叫方队,也叫做方阵。我们在这一部分主要研究最外层人(或物)数与每边人(或物)数的关系以及方阵总人数的问题。

2.数量关系:

每边人(或物)数=[四周总人(或物)数
 $\div 4]+1$

四周人(或物)数=[每边人(或物)数-1] $\times 4$

导学点睛

在解答重叠问题时,要找准关键的数量,尤其是重叠部分的数量,要明确求哪一部分。如果是求重叠部分,需要用:第一类人(或物)数+第二类人(或物)数-实际人(或物)数。

如果每个角上都有物体,那么这个物体在计算时可能会被重复计算,所以我们要先用每边人(或物)数减 1,再去计算。

方阵总人数(或物)数=每行人(或物)数×行数 三、编码 生活中,常用一些数字或字母等有规律的编排在一起,来表达一定的信息,如我们的身份证号、电话号码、商品编码等。 以身份证为例,排列顺序从左至右依次为:六位数字地址码,八位数字出生日期码,三位数字顺序码和一位数字校验码。 地址码(身份证前六位)表示编码对象第一次申领居民身份证时的常住户口所在县(市、区)的行政区划代码。 出生日期码(身份证第7位到第14位)表示编码对象出生的年、月、日,其中年份用四位数字表示,年、月、日之间不用分隔符。比如:1981年05月11日就用19810511表示。 顺序码(身份证第15位到17位)是县、区级政府所管辖派出所的分配码,每个派出所分配码为10个连续号码,比如“000-009”或“060-069”,其中单数为男性分配码,双数为女性分配码。 身份证最后一位是校验码。	编码时,要用固定的某几位数字去表达固定的信息,才能形成有规律的编码。
--	---