

深圳市青少年综合素养与科技创新能力测评

小学五年级数学试卷

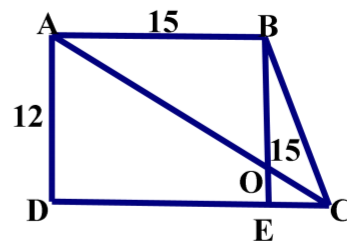
(2019 年 3 月 23 日 15:00~16:40)

一、填空题(满分 60 分, 每小题 6 分, 将你的答案写在题后的横划线处)

1. 如果 $12345679 \times a = 888888888$, $12345679 \times b = 555555555$, 则 $a+b =$ _____.
2. 如果两个质数的和是 2019, 那么这两个数的乘积是_____.
3. 如果 $x^2 = 2019x$, 那么 x 与 901 的和是_____.
4. 在四位数中, 满足各位上数字的乘积等于这四个数字中的某一个, 这样的四位数共有_____个.
5. 100 个小朋友站成一圈, 按顺时针方向 1~2 报数, 凡报“1”的退出. 如此一直下去, 最后只剩下一个人, 这个小朋友最初是第_____号.
6. 兄弟两人一起锻炼. 弟弟步行锻炼 30 分钟, 哥哥跑步锻炼, 跑步速度是弟弟步行速度的 5 倍, 跑的路程是弟弟步行路程的 3 倍. 哥哥跑步锻炼了_____分钟.
7. 在镜子中看到钟面(没有标阿拉伯数字那种)上的时间是 7:10, 实际时间应该是_____.
8. 自然数 a 和 b 各自恰好有 5 个不同的约数, ab 有_____个不同的约数.
9. 年龄分别为 11 岁至 31 岁的 21 个人围成一个圆圈, 将所有相邻两个人的年龄的差值(大数减小数)记录下来, 这 21 个差值总和的最大值是_____.
10. 含有相同数字的三位数(如 100, 202, 999 等都是)共有_____个.

二、解答题(满分 60 分, 其中第 11-13 题各 10 分, 第 14、15 题各 15 分)

11. 计算: $4780 \times 99 - (476.4 \times 284 + 4764 \times 71.6) \div (1 + \frac{1}{99})$.
12. 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, 上底 $AB = 15$ 厘米, 高 $AD = 12$ 厘米, $\triangle BOC$ 面积为 15 平方厘米, 梯形 $ABCD$ 的面积是多少平方厘米?



13.一项工程，如果甲先做 5 天，那么乙接着做 20 天可完成；如果甲先做 20 天，那么乙接着做 8 天可完成.如果甲、乙合作，那么多少天可以完成？

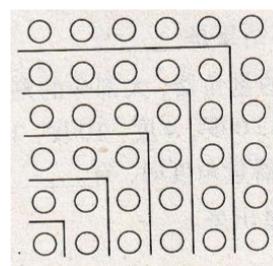
14.现有一个 1×1 正方形和充分多得 1×3 的小长方形，怎样覆盖 $n \times n$ 的大正方形.

(1) 当 $n=3,4,5$ 时，请你画出相应的图形；

(2) 当 $n=2019$ 时，请你指出覆盖方法.

15.仔细观察右图，你可以发现一条规律.

(1) 写出这条规律.



(2) 运用这条规律计算：

$$2019^2 - 2018^2 + 2017^2 - 2016^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1$$

深圳市青少年综合素养与科技创新能力测评

小学五年级数学试卷答案

一、填空题（满分 60 分，每小题 6 分）

1. 如果 $12345679 \times a = 888888888$, $12345679 \times b = 555555555$, 则 $a+b=$ _____.

答: 117.

解 有已知条件得到

$$\begin{aligned} a+b &= \frac{888888888+555555555}{12345679} = \frac{111111111 \times (8+5)}{12345679} \\ &= \frac{12345679 \times 9 \times 13}{12345679} = 117. \end{aligned}$$

2. 如果两个质数的和是 2019, 那么这两个数的乘积是_____.

答: 4034.

解 因为两质数的和是 2019, 为奇数, 必为一个为偶数, 另一个为奇数, 偶数是质数的只有 2, 根据题目条件, 2017 必须也是质数, 其积为 $2 \times 2017 = 4034$.

3. 如果 $x^2=2019x$, 那么 x 与 901 的和是_____.

答: 901 或 2920.

解 由 $x^2 = 2019x$ 得到, $x=0$, 或 $x=2019$, 因此, x 与 901 的和是 $0+901=901$, 或 $2019+901=2920$.

4. 在四位数中, 满足各位上数字的乘积等于这四个数字中的某一个, 这样的四位数共有_____个.

答: 2472 个.

解 设这四个数字为 a, b, c, d , 则 $\overline{abcd} = a$.

若 $a \neq 0$, 则 $bcd=1$, 从而 $b=c=d=1$; 若 $a=0$, 则 b, c, d 可以是任意数字.

因此, 可按 0 的个数分以下几种情况讨论:

(1) 四个数字均不为 0 时, 则必有三个 1, 此种情况有

$$1+8 \times 4 = 33 \text{ (个)}.$$

(2) 四个数字有一个为 0 时, 此种情况有

$$3 \times 9^3 = 2187 \text{ (个)} .$$

(3) 四个数字有二个为 0 时, 此种情况有

$$3 \times 9^2 = 243 \text{ (个)} ..$$

(4) 四个数字有三个为 0 时, 此种情况有 9 个.

因此, 满足条件的四位数总共有

$$33 + 2187 + 243 + 9 = 2472 \text{ (个)} .$$

5. 100 个小朋友站成一圈, 按顺时针方向 1~2 报数, 凡报“1”的退出. 如此一直下去, 最后只剩一个人, 这个小朋友最初是第_____号.

答: 按顺时针方向第 72 号.

解 如果圆周上的小朋友的人数为 2^n , 第一轮报数后, 编号为奇数的人退出, 剩下的人如果重新编号的话, 新号码为原号码除以 2. 特别要指出的是, 每一轮最后一个人都会留下来, 直至剩下一个人.

现在圆圈上有 100 个小朋友, 当退出 $100 - 64 = 36$ 个人之后, 此时剩下 2^6 即 64 人, 原编号为 $36 \times 2 = 72$ 的小朋友成了最后一个人. 根据前面的分析, 最后剩下编号是 72 的那个小朋友.

6. 兄弟两人一起锻炼. 弟弟步行锻炼 30 分钟, 哥哥跑步锻炼, 跑步速度是弟弟步行速度的 5 倍, 跑的路程是弟弟步行路程的 3 倍. 哥哥跑步锻炼了_____分钟.

答: 18 分钟.

解 由于哥哥跑步速度是弟弟步行速度的 5 倍, 因此, 弟弟步行锻炼 30 分钟的路程, 哥哥只需 6 分钟, 又由于哥哥跑的路程是弟弟步行路程的 3 倍, 因此, 哥哥跑步锻炼了 $6 \times 3 = 18$ (分钟) .

7. 在镜子中看到钟面 (没有标阿拉伯数字那种) 上的时间是 7: 10, 实际时间应该是_____.

答: 4:50.

解 由于时针与分针分别关于过 6 点与 12 点的直线对称, 因此, 看到钟面上的时间是 7: 10, 实际时间应该是 4:50.

8. 自然数 a 和 b 各自恰好有 5 个不同的约数, ab 有_____个不同的约数.

答：9 个或 25 个.

解 一个自然数有 5 个约数，则一定是某个质数的四次方，若 $a = b = p^4$ ，
则 $ab = p^8$ ，有 9 个约数；若 $a \neq b$ ，设 $a = p^4, b = q^4$ ，则 $ab = p^4 \cdot q^4$ ，共有
 $(4+1) \times (4+1) = 25$ 个不同的约数.

9. 年龄分别为 11 岁至 31 岁的 21 个人围成一个圆圈，将所有相邻两个人的
年龄的差值（大数减小数）记录下来，这 21 个差值总和的最大值是_____.

答：220.

10. 含有相同数字的三位数（如 100，202，999 等都是）共有_____个.

答：252.

解：三位数从 100 到 999 共 900 个.

其中三位数中各位数字都不同的数 $9 \times 9 \times 8 = 648$ 个，这是因为百位数可选择
1~9 中任一个，共 9 种，而十位数（可以选 0 了）与百位数不同仍有 9 种选择，
个位数则只有共 8 种. 从 900 个三位数中减去 648 个数字都不同的三位数，余下
的 $900 - 648 = 252$ 个是含有相同数字的三位数.

二、解答题（满分 60 分，其中第 11-13 题各 10 分，第 14、15 题各 15 分）

11. （满分 10 分）

计算： $4780 \times 99 - (476.4 \times 284 + 4764 \times 71.6) \div (1 + \frac{1}{99})$.

解 原式 $= 4780 \times 99 - 4764 \times (28.4 + 71.6) \times 0.99$ (2 分)

$$= 4780 \times 99 - 4764 \times 99 \quad \text{..... (4 分)}$$

$$= 16 \times 99 \quad \text{..... (6 分)}$$

$$= 1600 - 16 \quad \text{..... (8 分)}$$

$$= 1584. \quad \text{..... (10 分)}$$

12. （满分 10 分）

在直角梯形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ，上底 $AB = 15$ 厘米，高 $AD = 12$ 厘米， $\triangle BOC$
面积为 15 平方厘米，梯形 ABCD 的面积是多少平方厘米？

解 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AD = \frac{1}{2} \times 15 \times 12 = 90$ (cm^2)，..... (2 分)

$$S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BOC} = 90 - 15 = 75$$
 (cm^2)，..... (4 分)

由于 $S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} AB \times BO$ ，因此，

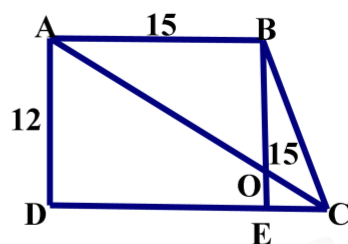
$$BO = \frac{2S_{\triangle ABO}}{AB} = \frac{2 \times 75}{15} = 10 \text{ (cm)}, \dots\dots (6 \text{ 分})$$

由于 $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BO \times CE$ ，因此，

$$CE = \frac{2S_{\triangle BOC}}{BO} = \frac{2 \times 15}{10} = 3 \text{ (cm)}, (\dots\dots 8 \text{ 分})$$

所以，得到

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{(AB+DC)AD}{2} = \frac{(15+15+3) \times 12}{2} = 198 \text{ (cm}^2\text{)} . \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$



13. (满分 10 分)

一项工程，如果甲先做 5 天，那么乙接着做 20 天可完成；如果甲先做 20 天，那么乙接着做 8 天可完成.如果甲、乙合作，那么多少天可以完成？

解 本题没有直接给出工作效率，为了求出甲、乙的工作效率，由于如果甲先做 5 天，那么乙接着做 20 天可完成；如果甲先做 20 天，那么乙接着做 8 天可完成.由此可知，

甲 15 天（20 天－5 天）的工作量=乙 12 天（20 天－8 天）的工作量，

即甲 5 天的工作量等于乙 4 天的工作量 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})

由此可知，乙单独做这一工程需 20+4=24(天)完成，即乙的工作效率是 $\frac{1}{24}$.

\dots\dots\dots (2 \text{ 分})

又因为乙工作 4 天的工作量和甲工作 5 天的工作量相等，所以甲的工作效率是乙的 $\frac{4}{5}$ ，因此，甲的工作效率为

$$\frac{1}{24} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{30}, \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

于是，甲、乙合作这一工程需用的时间为

$$1 \div \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{30} \right) = 13 \frac{1}{3} \text{ (天)}. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

答：甲、乙合作，需要 $13 \frac{1}{3}$ 天完成这项工程.

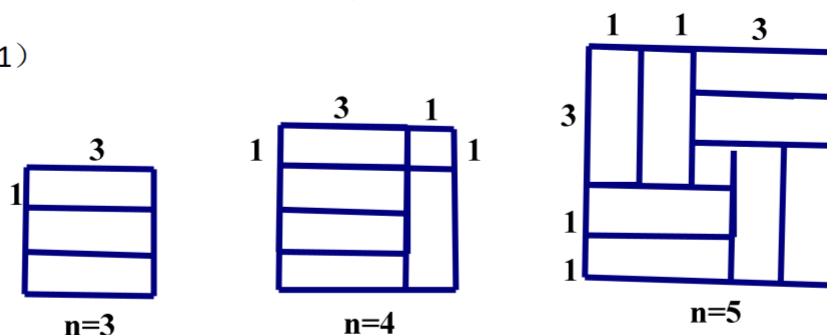
14. (满分 15 分)

现有一个 1×1 正方形和充分多得 1×3 的小长方形，怎样覆盖 $n \times n$ 的大正方形.

(1) 当 $n=3, 4, 5$ 时，请你画出相应的图形；

(2) 当 $n=2019$ 时, 请你指出覆盖方法.

解 (1)



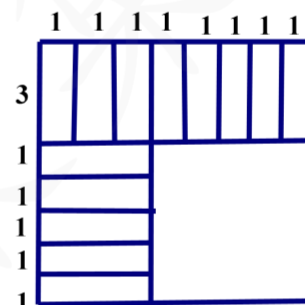
说明: 正确画出一个图形给 3 分, 共 9 分.

(2) 如图所示, 在一个正方形外加一层, 则正方形边长增加 3, 从 3×3 的正方形开始, 向外甲 $(2019-3) \div 3 = 672$ 层, 即可.....(15 分)

15. (满分 15 分)

仔细观察右图, 你可以发现一条规律.

写出这条规律.



解 $2^2 - 1 = 2 + 1$, $3^2 - 2^2 = 3 + 2$, $4^2 - 3^2 = 4 + 3$, ...,

$(n+1)^2 - n^2 = (n+1) + n$, (8 分)

相邻的两个自然数的平方差, 等于这两个自然数之和.

运用这条规律计算:

$$2019^2 - 2018^2 + 2017^2 - 2016^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1$$

解 $2019^2 - 2018^2 + 2017^2 - 2016^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1$

$$= 2019 + 2018 + 2017 + 2016 + \cdots + 3 + 2 + 1$$

$$= \frac{(2019+1) \times 2019}{2} = 2039190 \text{ (15 分)}$$

