

深圳市青少年综合素养与科技创新能力测评

小学六年级数学试卷

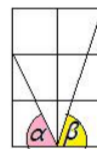
(2019年3月23日 10:00~11:40)

一、填空题(满分60分,每小题6分,将你的答案写在题后的横划线处)

1. $\overline{\text{少年}} + \overline{\text{科技}} + \overline{\text{创新}} + \overline{\text{能力}} = 314$, 其中不同的汉字表示不同的非0数字. 则分数 $\frac{\text{少} + \text{科} + \text{创} + \text{能}}{\text{年} + \text{技} + \text{新} + \text{力}}$ 的值是_____.

2. 把一笔奖金分给甲乙两个组, 平均每人可得到600元; 如果只分给甲组, 平均每人可得到1000元; 如果只分给乙组, 平均每人可得_____元.

3. 如图所示的6个单位正方形组成的 2×3 矩形中, 标示出两个角 α 和 β , 则 $\alpha + \beta$ 的度数是_____.



4. 从十个数1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10中去掉一个数, 使得剩下的九个数可分为两组, 且这两组数的乘积相等. 则去掉的数是_____.

5. 五个不同的自然数, 两两之和依次等于3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 15这10个值. 则这五个自然数的平均数是_____.

6. 梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$. 对角线AC与BD相交于O点, 且 $AB = 6$ 厘米, $BO = 3DO$, 三角形AOD的面积为3平方厘米. 则梯形ABCD的周长为_____厘米.

7. 从28个自然数1, 2, ..., 28中任取n个数, 使得其中必有2个数的差是7. 则n的最小值是_____.

8. 核研所每天按时出车沿规定路线定时到达A站, 接上同时到达A站的专家准时到达核研所. 有一天, 该专家提前55分钟到达A站, 因接他的车还没来, 他就步行向核研所走去. 在途中遇到接他的汽车, 立即乘上车, 这样比通常提前10分钟到达核研所. 则汽车速度是专家步行速度的_____倍.

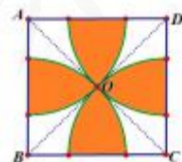
9. 一个长方体的棱长都是质数, 其中相邻的两个表面长方形的面积之和是209平方厘米, 则这个长方体的体积是_____立方厘米.

10. 设 a, b, c, d 是 1 到 9 中间的四个不同数字，用这四个数字（不能重复）可以组成很多不同的四位数，小明把所有可能组成的四位数加起来，但他不小心把其中一个四位数多加了一遍，结果为 128313. 那么，正确的结果应该是_____.

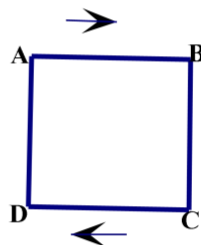
二、解答题（满分 60 分，其中第 11-13 题各 10 分，第 14、15 题各 15 分）

11. 计算： $(4\frac{7}{9} - 0.8 + 3\frac{2}{9}) \times [(7\frac{2}{5} + 2.6) \times 1.25]$

12. 正方形 $ABCD$ 的面积等于 8 平方厘米，它的对角线交点为 O ，分别以 A, B, C, D 为圆心画过 O 点的四条圆弧，如图所示，图中四个花瓣形（阴影部分）的总面积是多少平方厘米？（圆周率=3.14.）



13. 如图是一个边长为 100 米的正方形跑道 $ABCD$ ，甲、乙两人同时分别从 A, C 两点出发，沿着跑道顺时针方向出发，甲的速度为每秒 7 米，乙的速度为每秒 5 米，他们每到转弯处都要休息 5 秒钟，请问，当甲第一次追上乙时，要用多少时间？



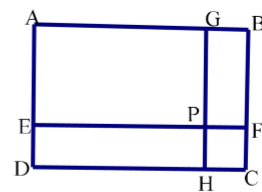
14. 四只容量相同的都有刻度的容器玻璃杯，其中三只分别装满三种不同的果汁，另外一只为空杯，你可以利用这只空杯，怎样操作能得到三杯成分相同的都是满杯的混合果汁？如果增加一个同容量而且装满与以上三种不相同的饮料的玻璃杯，你又怎样操作能得到四杯成分相同的都是满杯的混合果汁？

15. 阅读以下材料：如图所示，长方形 $ABCD$ 中， $AB = a, AD = b$ ，分割成四个小长方形，其中 $AG = a-1, AE = b-1$. 由于

$$S_{ABCD} = S_{AEPG} + S_{EFCD} + S_{BCHG} - S_{PFCH} ,$$

即 $ab = (a-1)(b-1) + a + b - 1$,

$$\therefore (a-1)(b-1) = ab - a - b + 1 .$$



运用上述公式，解决以下问题：

一个数，其所有位数上的非零数字之积恰好等于这些数字之和，这样的数称为“鹏程数”，例如，80000,11125 都是五位数的“鹏程数”。

特别地，我们把各个数字均不为零的“鹏程数”叫作“真鹏程数”。

- (1) 求出所有三位“鹏程数”之和；
- (2) 求出四位“真鹏程数”的四个数字；

深圳市青少年综合素养与科技创新能力测评

小学六年级数学试卷参考解答

一、填空题（满分 60 分，每小题 6 分，将你的答案写在题后的横划线处）

1. $\overline{\text{少年}} + \overline{\text{科技}} + \overline{\text{创新}} + \overline{\text{能力}} = 314$ ，其中不同的汉字表示不同的非 0 数字. 则

分数 $\frac{\overline{\text{少}} + \overline{\text{科}} + \overline{\text{创}} + \overline{\text{能}}}{\overline{\text{年}} + \overline{\text{技}} + \overline{\text{新}} + \overline{\text{力}}}$ 的值是_____.

考查内容：破解数字谜，整数运算

答案： $\frac{15}{7}$..

解：如果在 $\overline{\text{少年}}$, $\overline{\text{科技}}$, $\overline{\text{创新}}$, $\overline{\text{能力}}$ 中的十位数字中有一个小于 6，则它最大为 5，此时十位数字之和最大为 $9+8+7+5=29$ ，个位数字的和应为 24. 然而个位数字之和实际最大只能为 $6+4+3+2=15$ ，矛盾！因此 $\overline{\text{少年}}$, $\overline{\text{科技}}$, $\overline{\text{创新}}$, $\overline{\text{能力}}$ 中的十位数字只能是 9, 8, 7, 6. 个位数字只能是 5, 4, 3, 2. 所以

$$\frac{\overline{\text{少}} + \overline{\text{科}} + \overline{\text{创}} + \overline{\text{能}}}{\overline{\text{年}} + \overline{\text{技}} + \overline{\text{新}} + \overline{\text{力}}} = \frac{9+8+7+6}{2+3+4+5} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}.$$

2. 把一笔奖金分给甲乙两个组，平均每人可得到 600 元；如果只分给甲组，平均每人可得到 1000 元；如果只分给乙组，平均每人可得_____元.

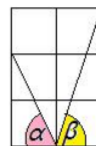
考查内容：简单方程，应用题.

设甲组有 m 人，乙两组有 n 人，则

$$600(m+n) = 1000m, \text{ 得到 } \frac{m}{n} = \frac{3}{2},$$

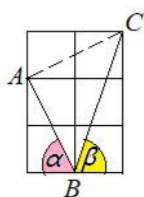
$$\text{所以, } 1000m \div n = 1000 \times \frac{m}{n} = 1000 \times \frac{3}{2} = 1500 \text{ (元).}$$

3. 如图所示的 6 个单位正方形组成的 2×3 矩形中，标示出两个角 α 和 β ，则 $\alpha + \beta$ 的度数是_____.



考查内容：看图识角，角的运算.

答案： 135° .



解：如左图，添加字母，连接 AC .

易知， $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$. 三角形 ABC 是等腰直角三角形.

所以 $\angle ABC = 45^\circ$, 因此 $\alpha + \beta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

4. 从十个数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 中去掉一个数, 使得剩下的九个数可分为两组, 且这两组数的乘积相等. 则去掉的数是_____.

考查内容: 整数的性质, 质因数分解

答: 7.

解: 将 1~10 这十个自然数分解质因数后, 除单位 1 (不影响乘积, 分在哪组都可以) 外, 其余各数共含有 8 个质因数 2, 4 个质因数 3, 2 个质因数 5, 一个质因数 7. 显然, 要使分得的两组数的乘积相等, 在 $2^8, 3^4, 5^2$ 与 7 中必须去掉 7, 其余的质因数每组各占其个数的一半即可, 如其中一种分组法:

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{8, 9, 10\}.$$

可以验证: 第一组数的积 Π_1 = 第二组的数的积 $\Pi_2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 720$.

5. 五个不同的自然数, 两两之和依次等于 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 15 这 10 个值. 则这五个自然数的平均数是_____.

考查内容: 考察平均数的概念与相关的计算.

答案: 4.2.

解: 不妨设这五个数是 a, b, c, d, e , 两两之和为

$$a+b, a+c, a+d, a+e; b+c, b+d, b+e; c+d, c+e; d+e.$$

则这十个和数的和为 $4(a+b+c+d+e) = 3+4+5+6+7+8+11+12+13+15 = 84$

所以 $a+b+c+d+e = 21$.

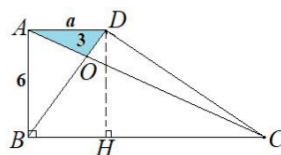
因此 a, b, c, d, e 这五个数的平均数为 $\frac{a+b+c+d+e}{5} = \frac{21}{5} = 4.2$.

事实上, 1, 2, 3, 5, 10 五个数就符合题设要求.

6. 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$. 对角线 AC 与 BD 相交于 O 点, 且 $AB = 6$ 厘米, $BO = 3DO$, 三角形 AOD 的面积为 3 平方厘米. 则梯形 $ABCD$ 的周长为_____厘米.

考查内容: 依题意画草图, 面积、周长的计算

答案: 32.



解：如图，由 $BO=3DO$ ， $S_{\triangle AOD}=3$ 平方厘米，

所以 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle COD}=9$ 平方厘米. 易知

$$\frac{S_{\triangle COB}}{S_{\triangle COD}} = \frac{BO}{DO} = 3, \text{ 所以 } S_{\triangle COB} = 3S_{\triangle COD} = 3 \times 9 = 27 \text{ 平方厘米.}$$

因此 $S_{\triangle ACD} = 3+9=12$ 平方厘米， $S_{\triangle ABC} = 9+29=36$ 平方厘米

$$\text{所以 } \frac{BC}{AD} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{36}{12} = 3, \text{ 即 } BC = 3AD. \text{ 设 } AD = a, \text{ 则 } BC = 3a.$$

由梯形面积公式，得 $\frac{(a+3a) \times 6}{2} = 12 + 36 = 48$. 解得 $a = 4$ 厘米， $BC=12$ 厘米.

作 $DH \perp BC$ 于 H ，则 $BH=AD=4$ 厘米，因此 $HC=8$ 厘米. 由勾股定理可得

$CD=10$ 厘米. 所以梯形 $ABCD$ 的周长 $=4+6+12+10=32$ 厘米.

7. 从 28 个自然数 $1, 2, \dots, 28$ 中任取 n 个数，使得其中必有 2 个数的差是 7. 则 n 的最小值是_____.

考查内容：简单的抽屉原则

答案：15.

解答：设计 14 个抽屉，每个抽屉放有 2 个差为 7 的自然数：

$\{1,8\}, \{2,9\}, \{3,10\}, \{4,11\}, \{5,12\}, \{6,13\}, \{7,14\},$

$\{15,22\}, \{16,23\}, \{17,24\}, \{18,25\}, \{19,26\}, \{20,27\}, \{21,28\},$

从每个抽屉各取出 1 个数，共取出 14 个数，如 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21，这 14 个数中不存在 2 个数的差是 7；所以 $n \geq 15$.

事实上，根据抽屉原则，取出 15 个数时，必有 2 个整数取自同一个抽屉，其差是 7. 所以 n 的最小值是 15.

8. 核研所每天按时出车沿规定路线定时到达 A 站，接上同时到达 A 站的专家准时到达核研所. 有一天，该专家提前 55 分钟到达 A 站，因接他的车还没来，他就步行向核研所走去. 在途中遇到接他的汽车，立即乘上车，这样比通常提前 10 分钟到达核研所. 则汽车速度是专家步行速度的____倍.

考查内容：算术四则应用题

答案：10.

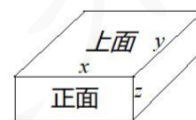
解：汽车比通常提前 10 分钟到达核研所，因为它没有通行与专家相遇地点到 A 站再到相遇地点的路程。因此，由相遇地点到 A 站汽车要用 5 分钟。可见相遇时刻比汽车每天准时到 A 站提前了 5 分钟，因此比平时提前 5 分钟接到专家，所以由 A 站到相遇地点这段路该专家步行了 $55-5=50$ 分钟。而汽车只用 5 分钟，因此汽车速度是步行速度的 10 倍。

9.一个长方体的棱长都是质数，其中相邻的两个表面长方形的面积之和是 209 平方厘米，则这个长方体的体积是____立方厘米。

考查内容：长方体的表面积、体积，奇偶分析。

答案：374。

解：设这个长方体三条棱的长分别为 x, y, z ，不妨设相邻的两个表面长方形就是正面与上面（如图所示）面积之和为 209，



即 $xy + xz = 209, \Rightarrow x(y + z) = 209 = 11 \times 19$ 。

有两种可能：（1） $x = 19, y + z = 11$ 。（2） $x = 11, y + z = 19$ ；

对于（1）： $y + z = 11 = 2 + 9$ 。此时 x, y, z 值为 19, 2, 9；由于 9 不是质数，此组解不合要求。

对于（2）： $y + z = 19 = 2 + 17$ 。此时 x, y, z 的值为 11, 2, 17 都是质数。

这个长方体的体积 $= xyz = 2 \times 17 \times 11 = 374$ （立方厘米）。

10.设 a, b, c, d 是 1 到 9 中间的四个不同数字，用这四个数字（不能重复）可以组成很多不同的四位数，小明把所有可能组成的四位数加起来，但他不小心把其中一个四位数多加了一遍，结果为 128313。那么，正确的结果应该是_____。

考察内容：数的表示。求和，简易方程。

答案：119988。

解：用 a, b, c, d 这四个数字可以组成 24 个不同的四位数，并且 a, b, c, d 中的每个数字在个位、十位、百位、千位各出现 6 次。所以这 24 个不同的四位数的和为：

$$(a + b + c + d) \times 6 \times 1111 = 6666(a + b + c + d)。$$

设被多加一次的四位数为 x ，则 $6666(a+b+c+d)+x=128313$ 。

而 $128313 \div 6666 = 19 \cdots 1659$ ，并且 $x \leq 9999$ ，所以 $a+b+c+d=18$ 或 19 。

当 $a+b+c+d=19$ 时，则 $x=1659$ ，但 $1+6+5+9=21 \neq 19$ ，所以 $a+b+c+d=18$ 。（这时 $x=1659+6666=8325$ ， $8+3+2+5=18$ ）。

所以正确的结果应该为 $18 \times 6666 = 119988$ 。

二、解答题（满分 60 分，其中第 11-13 题各 10 分，第 14、15 题各 15 分）

11. （满分 10 分）

计算 $(4\frac{7}{9} - 0.8 + 3\frac{2}{9}) \times [(7\frac{2}{5} + 2.6) \times 1.25]$ 。

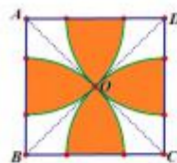
考察内容：四则运算

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (4\frac{7}{9} - 0.8 + 3\frac{2}{9}) \times [(7\frac{2}{5} + 2.6) \times 1.25] \\ &= (4\frac{7}{9} + 3\frac{2}{9} - \frac{4}{5}) \times [(7\frac{2}{5} + 2\frac{3}{5}) \times \frac{5}{4}] \\ &= (8 - \frac{4}{5}) \times (10 \times \frac{5}{4}) \\ &= 8 \times (10 \times \frac{5}{4}) - \frac{4}{5} \times (10 \times \frac{5}{4}) \\ &= 100 - 10 = 90. \end{aligned}$$

说明：在计算过程中，其中得到正确结果的适当给分。

12. （满分 10 分）

正方形 $ABCD$ 的面积等于 8 平方厘米，它的对角线交点为 O ，分别以 A, B, C, D 为圆心画过 O 点的四条圆弧，如图所示，图中四个花瓣形（阴影部分）的总面积是多少平方厘米？（圆周率 $\pi=3.14$ ）

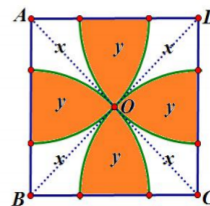


考查内容：三角形和圆面积、扇形面积计算

答案：4.56。

解：由于正方形 $ABCD$ 的面积 = 8 平方厘米，
三角形 AOD 的面积为 2 平方厘米，由 $\frac{1}{2} \times OA^2 = 2$ ，
得 $OA = 2$ 厘米。……………（3 分）

由对称性，如图可设一个空白面积为 x ，一个花瓣面积为 y ，则可得



$$x + 2y = \frac{1}{4}(\pi \times 2^2), \dots\dots\dots \textcircled{1} \quad \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$4x + 4y = 8 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$\text{由}\textcircled{1}\text{得 } 4x + 8y = 4\pi \dots\dots\dots \textcircled{3} \quad \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{2} \text{ 得 } 4y = 4\pi - 8 = 4 \times 3.14 - 8 = 4.56 \text{ (平方厘米)} \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

13. (满分 10 分)

如图是一个边长为 100 米的正方形跑道 $ABCD$ ，甲、乙两人同时分别从 A, C 两点出发，沿着跑道顺时针方向出发，甲的速度为每秒 7 米，乙的速度为每秒 5 米，他们每到转弯处都要停留 5 秒钟，请问，当甲第一次追上乙时，要用多少时间？

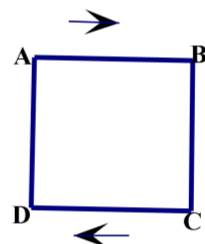
考查内容：追击应用题

解 分两种情况考虑.

(1) 假设乙在某顶点处刚刚停留 5 秒，甲追上乙，此时，甲比乙多停留一次，即除去停留外，甲行走时间为

$$(200 + 5 \times 5) \div (7 - 5) = 112.5 \text{ (秒)},$$

又因为甲行走一条边用的时间为 $\frac{100}{7}$ 秒，112.5 不是 $\frac{100}{7}$ 的整数倍，所以，这种情况不可能出现. $\dots\dots\dots (3 \text{ 分})$



(2) 假设甲在某一条边上追上了乙，此时，甲比乙多停留了两次，即除去停留时间外，甲行走时间为

$$(200 + 5 \times 10) \div (7 - 5) = 125 \text{ (秒)}, \quad \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

在 112.5 秒和 125 秒之间有 $\frac{800}{7}$ 秒正好是 $\frac{100}{7}$ 面的整数倍，这就是甲除了停留时间外，第一次追上乙所用的时间.

$$\frac{800}{7} \times 7 \div 400 = 2 \text{ (圈)}, \quad \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

所以，甲行走了两圈，在乙刚刚到达 A 点处，追上了乙，因此，甲停留的时间为

$$7 \times 7 = 49 \text{ (秒)}. \quad \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

所以，甲第一次追上乙所用的时间为

$$\frac{800}{7} + 49 = 163\frac{2}{7} \text{ (秒)}. \quad \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

检验：当乙走一半到达 A 点刚刚开始停留时，他除去停留所用的时间 $600 \div 5 = 120$ （秒），此时甲除去停留所用的时间 $120 - 5 \times 2 = 110$ （秒），那么，甲所行走的路程为 $7 \times 110 = 770$ （米），此时，甲离 A 点还有 $800 - 770 = 30$ （米），所以，甲再用 $\frac{30}{7}$ 秒到达 A 点（ $\frac{30}{7} < 5$ ）时，乙还在 A 点停留，这就是甲第一次追上乙的情况。

14.（满分 15 分）

四只容量相同且有刻度的玻璃杯，其中三只分别装满三种不同的果汁，另外一只为空杯.你可以利用这只空杯，怎样操作得到三杯成分相同的混合果汁？如果增加一个同容量，而且装满与以上三种不相同的饮料的玻璃杯，你又怎样操作得到四杯成分相同的混合果汁？

考查内容：实际操作能力，逻辑思维能力，推理归纳能力

解 不妨设四只玻璃杯分别为 A, B, C, D ，其中 A, B, C 三只分别装满三种不同的果汁，另外一只 D 为空杯.现作如下操作：

（1）先将 A 中的果汁倒一半到 D 中；……………（3 分）

（2）将 B 中的果汁倒入 A ， D 中，正好将 A ， D 加满，这时 B 成为空杯；
……………（5 分）

（3）将 A ， D 中的混合果汁各倒 $\frac{1}{3}$ 到 B 中. ……………（7 分）

这时， A, B, D 中均为成分相同的两种果汁，而且都只装了玻璃杯的 $\frac{2}{3}$ ；

（4）最后将 C 中的果汁分别倒入 A, B, D 中，正好都加满. ……………（9 分）

这时， A, B, D 玻璃杯中便得到成分相同的都是满杯的混合果汁， C 为空杯.

……………（10 分）

如果再增加一个同容量,而且装满与以上三种不相同的饮料的玻璃杯 E ，这时可以在以上操作后，即：

A, B, D 玻璃杯中得到成分相同的混合果汁的基础上，再将 A, B, D 中的混合饮料分别倒出 $\frac{1}{4}$ 到空杯 C 中，这时， A, B, C, D 装满成分相同的三种果汁，而且都只装了玻璃杯的 $\frac{3}{4}$ ；
……………（13 分）

最后只要将 E 中的饮料分别倒入 A, B, C, D 中, 正好都加满. (14 分)

这时, A, B, C, D 玻璃杯中便得到成分相同的都是满杯的混合果汁, E 为空杯.

..... (15 分)

15. (满分 15 分)

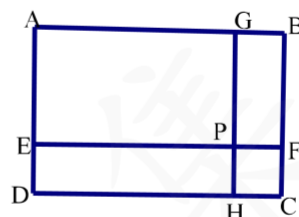
阅读以下材料: 如图所示, 长方形 $ABCD$ 中, $AB = a, AD = b$, 分割成四个小长方形, 其中 $AG = a-1, AE = b-1$. 由于

$$S_{ABCD} = S_{AEPG} + S_{EFCD} + S_{BCHG} - S_{PFCH},$$

即

$$ab = (a-1)(b-1) + a + b - 1,$$

$$\therefore (a-1)(b-1) = ab - a - b + 1.$$



运用上述公式, 解决以下问题:

一个数, 其所有位数上的非零数字之积恰好等于这些数字之和, 这样的数称为“鹏程数”, 例如, 80000, 11125 都是五位数的“鹏程数”.

特别地, 我们把各个数字均不为零的“鹏程数”叫作“真鹏程数”.

- (1) 求出所有三位“鹏程数”之和;
- (2) 求出四位“真鹏程数”的四个数字;
- (3) 写出一个 2019 位的“鹏程数”, 其中包含数字 2, 0, 1, 9.

考查内容: 整数问题, 找规律, 求和, 分类讨论

解 (1) 按其中 0 的个数分类讨论.

① 三位数字中, 含有二个 0.

它们是 100, 200, ..., 900. 其和为 4500. (2 分)

② 三位数字中, 仅含有一个 0, 另外两个非零.

解法一 设两个非零数字为 a, b , 则 $ab = a + b$, 从而, $ab - a - b + 1 = 1$, 即

$(a-1)(b-1) = 1$, 由此得到 $a-1 = b-1 = 1$, 即 $a = b = 2$.

故满足条件的鹏程数是 220, 202, 其和为 422. (4 分)

解法二 设两个非零数字为 a, b , 则 $ab = a + b$, 得到 $a(b-1) = b$, 所以 a/b .

同理有 $b(a-1)=a$ ，所以 b/a 。由此得到 $a=b$ ，于是，由 $ab=a+b$ ，且 a, b 均不为 0，得到 $a=b=2$ 。

故满足条件的鹏程数是 220,202，其和为 422。……………（4 分）

③ 三位数字中都不含 0，即真鹏程数。

设三个数字为 a, b, c ，且 $a \geq b \geq c$ ，且 $abc = a+b+c$ 。

i) 当 $c=1$ 时，有 $ab = a+b+1$ ，得到 $(a-1)(b-1)=2$ ，从而 $a-1=2, b-1=1$ ，

即 $a=3, b=2$ ，故这时三位鹏程数为 321,312,231,213,132,123，其和为

$$321+312+231+213+132+123=1332. \quad \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

ii) 当 $c \geq 2$ 时，若 $a=b=c=2$ ，显然有 $abc > a+b+c$ ，因此， $a \geq b \geq 3$ 。

此时， $abc \geq 6a > a+b+c$ 。……………（7 分）

综上可得，三位鹏程数之和为

$$4500+422+1332=6254. \quad \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

（2）设四位真鹏程数的四个数字为 a, b, c, d ，且 $a \geq b \geq c \geq d \geq 1$ 。

解法一 依题意， $abcd = a+b+c+d$ 。

i) 当 $d=1$ 时，即 $abc = a+b+c+1$ 。

若 $c=1$ ，则 $ab = a+b+2, (a-1)(b-1)=3$ ，所以， $a-1=3, b-1=1$ ，

从而 $a=4, b=2$ ，四个数字为 1, 1, 2, 4。……………（10 分）

若 $c=2$ ，则 $2ab = a+b+3$ ，由于 $2 \times 2 \times 2 \neq 2+2+3$ ，所以 $a \geq 3$ 。

由 $2ab = a+b+3$ ，得 $a(2b-1) = b+3$ ， $\therefore a = \frac{b+3}{2b-1} \geq 3$ ， $b+3 \geq 6b-3$ ，

$\therefore 5b \leq 6$ ，矛盾。

若 $c \geq 3$ ，由于 $3 \times 3 \times 3 \neq 3+3+3+1$ ， $\therefore a \geq 4$ ，此时， $abc \geq 4 \times 3 \times 3 = 36$ ，

但是， $a+b+c+1 \leq 9+9+9+1=28$ ，矛盾。

ii) 当 $d=2$ 时，则 $2abc = a+b+c+2$ ，

若 c 也等于 2，由于 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \neq 2+2+2+2$ ， $\therefore a \geq b \geq 3$ ，

此时， $2abc \geq 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 。但是， $a+b+c+2 \leq 9+9+2+2=22$ ，矛盾。

若 $c \geq 3$, 则 $a \geq b \geq c \geq 3$, 此时 $2abc \geq 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$, 但是,
 $a + b + c + 2 \leq 9 + 9 + 9 + 2 = 29$, 矛盾.

iii) 当 $d \geq 3$ 时, 则 $a \geq b \geq c \geq 3$, 此时 $abcd \geq 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$,

$a + b + c + d \leq 9 + 9 + 9 + 9 = 36$, 也矛盾.

综上所述, 四位真鹏程数的四个数字只能是 1,1,2,4.

..... (12 分)

解法二 i) 若 $cd = 1$, 即 $c = d = 1$, 这时真鹏程数满足

$$ab = a + b + 2,$$

即

$$(a-1)(b-1) = 3,$$

由此得到 $a-1=3, b-1=1$, 即 $a=4, b=2$.

四个数字 1,1,2,4 满足 $1 \times 1 \times 2 \times 4 = 1 + 1 + 2 + 4$, 可以组成真鹏程数.

..... (10 分)

ii) 若 $cd \geq 2$, 则 $a \geq b \geq c \geq 2, d \geq 1$, 由于

$$(a-2)(b-2) = ab - 2a - 2b + 4 \geq 0,$$

所以 $ab \geq 2a + 2b - 4$, 从而

$$abcd \geq 2ab > 4a + 4b - 8$$

$$= (a+b+c+d) + (a+b-c-d) + 2(a+b-4)$$

$$> (a+b+c+d)$$

(特别注意 $a+b-c-d > 0$, $a+b-4 \geq 0$).

综上可知, 四位真鹏程数的四个数字只能是 1,1,2,4. (12 分)

(3) 例如 2019111111100...0 就是一个 2019 位的鹏程数, 其中包含数字

2009 个

2,0,1,9.

..... (15 分)