

## 2021年第八届鹏程杯数学邀请赛（决赛）试题卷

## 小学四年级组

考试时间：10:00-11:40 满分：150分

## 考试说明

- (1) 本试卷包括12道填空题、5道解答题。  
 (2) 填空题答案不完整则不得分，解答题按评分标准酌情给分。  
 (3) 需在答题卡上作答，写在试题卷上不得分。

## 一、填空题（每小题7分，共84分）

1. 定义新运算： $\oplus$ 及 $\otimes$ 如下：

$$x \oplus y = xy + x + y, \quad x \otimes y = 6xy$$

则  $(3 \oplus 4) \otimes 5 =$ \_\_\_\_\_。

2. 有一种用六位数表示日期的方法，如：210529表示2021年5月29日，也就是从左到右第1、2位表示年，第3、4位表示月，第5、6位表示日。如果用这种方法表示今年（2021年）的日期，那么全年中6个数字均不相同的日期有\_\_\_\_\_天。

3. 右图中有\_\_\_\_\_个三角形。

4. 已知  $14 \text{ 鹏城杯赛} + \text{鹏城杯赛} 14 = 4 \text{ 鹏城杯赛} 1$ ,

则四位数鹏城杯赛 = \_\_\_\_\_。

5. 2021名学生从前往后排成一列，按下面的规则报数：如果某名同学报的是一位数，那么后面的同学就要报出这个数与9的和；如果某名同学报的数是两位数，那么后面的同学就要报出这个数的个位数与6的和。现在第1名同学报1，那么最后一名同学报\_\_\_\_\_。

6. 给《首届超常（数学）思维竞赛试题解析》一书编页码，共用了723个数码，则这本书一共有\_\_\_\_\_页。

7. 9个外观一样的小球，其中一个略轻，其余8个一样重，只用一台天平，如果要确保找出那个略轻的小球，至少需要称\_\_\_\_\_次。

8. 四（1）班50名同学参加鹏程杯邀请赛，其中参加语文竞赛的有28人，参加数学竞赛的有23人，参加英语竞赛的有20人。已知每人最多参加两科，那么参加两科的最多有\_\_\_\_\_人。

9. 兄弟三人中老大和老三有这样一番对话。

老大：“当我是老二现在年龄的时候，老三你只有5岁。”

老三：“当我是老二现在年龄的时候，老大你已经29岁了。”

那么，老大比老三大\_\_\_\_\_岁。

10. 爸爸给了小鹏5块一样的巧克力，小鹏每天至少吃一块，直到吃完为止，那么他共有\_\_\_\_\_种不同的吃法。

11. 用一张  $12 \times 18$  的长方形纸片，剪出  $5 \times 7$  的小长方形纸片，最多能剪出\_\_\_\_\_张。

12. 一条东西走向的马路上，由西向东依次有A、B、C、D四地，A、B两地与B、C两地都相距900米，C、D两地相距1800米。甲、乙从A地，丙从D地同时出发相向而行，甲和丙在B地相遇，此时乙正好到C地。当丙到达A地的时候，乙立即返回，直到和甲相遇为止。那么整个过程中，甲一共走了\_\_\_\_\_米。

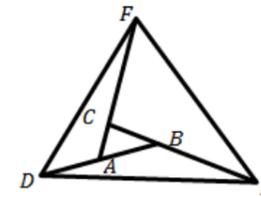
## 二、解答题（13-15小题每题12分，16、17小题各15分，共66分）

13. 计算： $9999 \times 1111 + 3333 \times 6667$ 

14. 东城车站有马车16辆，西城车站有马车14辆。每天从东站往西站的马车有6辆，从西站往东站的马车有8辆。

(1) 几天后东站的马车是西站马车的4倍？

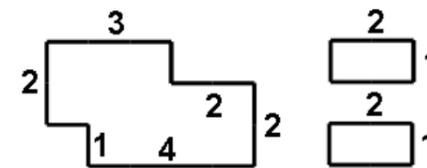
(2) 几天后西站没有马车了？

15. 如图， $AB = AD$ ， $BE = 2BC$ ， $CF = 3CA$ ， $\triangle ABC$ 的面积是5，求 $\triangle DEF$ 的面积。

16. 请把1~9这9个数分别填入图中的圆圈内，使每横行、竖列分别组成一个等式。

$$\begin{array}{ccc} \bigcirc & + & \bigcirc & + & \bigcirc & = & 14 \\ | & & + & & \times & & \\ \bigcirc & + & \bigcirc & + & \bigcirc & = & 15 \\ || & & || & & || & & \\ \bigcirc & + & \bigcirc & + & \bigcirc & = & 16 \end{array}$$

17. 将下图中的三个图形拼成一个轴对称图形（无重叠），请画图作答。（只需要画出两种即可）



## 2021 年第八届鹏程杯数学邀请赛（决赛）答案

## 小学四年级组

考试时间：10:00-11:40 满分：150 分

## 考试说明

- (1) 本试卷包括 12 道填空题、5 道解答题。  
 (2) 填空题答案不完整则不得分，解答题按评分标准酌情给分。  
 (3) 需在答题卡上作答，写在试题卷上不得分。

## 一、填空题（每小题 7 分，共 84 分）

1. 定义新运算： $\oplus$ 及 $\otimes$ 如下：

$$x \oplus y = xy + x + y, \quad x \otimes y = 6xy$$

则  $(3 \oplus 4) \otimes 5 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】：570

【解析】： $3 \oplus 4 = 3 \times 4 + 3 + 4 = 19$ ,  $(3 \oplus 4) \otimes 5 = 19 \otimes 5 = 6 \times 19 \times 5 = 570$ .

2. 有一种用六位数表示日期的方法，如：210529 表示 2021 年 5 月 29 日，也就是从左到右第 1、2 位表示年，第 3、4 位表示月，第 5、6 位表示日. 如果用这种方法表示今年（2021 年）的日期，那么全年中 6 个数字均不相同的日期有\_\_\_\_\_天.

【答案】：0

【解析】：由于 1, 2 出现，则 1 月，2 月排除. 当它为 3 月时则 2103\*\*，由于 3 月一共有 31 天，3 月上旬不可取，中旬不可取，下旬不可取，则 3 月不可取；4 月时由于前面 0, 1, 2, 4, 都出现则 4 月也不可能；5 月时出现 2105 时，则 21053\* 有因为 0, 1 出现，则不可取. 6 至 9 月时，0, 1, 2 都出现，则倒数第 2 位只能为 3，则最后一位只能为 0 或 1，也不行. 则 3 至 9 月都不行，则日期为 0 天.



3. 右图中有\_\_\_\_\_个三角形.

【答案】：20

【解析】：边长为 1 的有 12 个；边长为 2 的有 6 个；边长为 3 的有 2 个. 共 20 个.

4. 已知  $\overline{14 \text{ 鹏城杯赛}} + \overline{\text{鹏城杯赛} 14} = 4 \overline{\text{鹏城杯赛} 1}$ ，则四位数鹏城杯赛 =\_\_\_\_\_.

【答案】：2857

【解析】：解法一：方便起见，用  $\overline{abcd}$  表示鹏城杯赛，则

$$\begin{array}{r} 14abcd \\ + abcd14 \\ \hline 4abcd1 \end{array}$$

先看个位，易知  $d = 7$ ，从而得  $c = 5$ . 进而  $b = 8$ ,  $a = 2$ . 所以鹏城杯赛 = 2857.

5. 2021 名学生从前往后排成一列，按下面的规则报数：如果某名同学报的是一位数，那么后面的同学就要报出这个数与 9 的和；如果某名同学报的数是两位数，那么后面的同学就要报出这个数的个位数与 6 的和. 现在第 1 名同学报 1，那么最后一名同学报\_\_\_\_\_.

【答案】：7

【解析】：按照给出的规则得数列：

$$1, 10, 6, 15, 11, 7, 16, 12, 8, 17, 13, 9, 18, 14, 10, 6, \dots$$

由第 2 名同学与第 15 名同学报的数都是 10，推知从第 2 名同学开始，每 13 名同学报的数重复一次.

$$(2021 - 1) \div 13 = 155 \dots 5$$

所以，第 2021 名同学报的数与第  $5 + 1 = 6$  名同学报的数一样，都是 7.

6. 给《首届超常（数学）思维竞赛试题解析》一书编页码，共用了 723 个数码，则这本书一共有\_\_\_\_\_页.

【答案】：277

【解析】：一位数页码共用数字 9 个；两位数页码共用数字  $2 \times 90 = 180$  个；三位数页码共有： $(723 - 9 - 2 \times 90) \div 3 = 178$  页. 即该书共有 277 页.

7. 9 个外观上一样的小球，其中一个略轻，其余 8 个一样重，只用一台天平，如果要确保找出那个略轻的小球，至少需要称\_\_\_\_\_次.

【答案】：2

【解析】：9 个球，三个一组，分成 A、B、C 三组，先将 A、B 房租天平上成称，天平不平衡则可知略轻的球在 A、B 哪一组，否则在 C 组. 再将该组成拿两个球称，就可以鉴别出来了.

8. 四（1）班 50 名同学参加鹏程杯邀请赛，其中参加语文竞赛的有 28 人，参加数学竞赛的有 23 人，参加英语竞赛的有 20 人. 已知每人最多参加两科，那么参加两科的最多有\_\_\_\_\_人.

【答案】：35

【解析】：因为每人最多加两科，让参加语文竞赛的 28 人尽可能参加数学和英语竞赛，让参加数学竞赛的 23 人尽可能参加语文和英语竞赛，让参加英语竞赛的 20 人尽可能参加数学和语文竞赛.

$$(28 + 23 + 20) \div 2 = 35$$

即参加两科最多有 35 人.

9. 兄弟三人中老大和老三有这样一番对话.

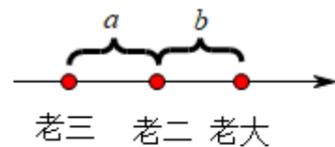
老大：“当我是老二现在年龄的时候，老三你只有 5 岁.”

老三：“当我是老二现在年龄的时候，老大你已经 29 岁了.”

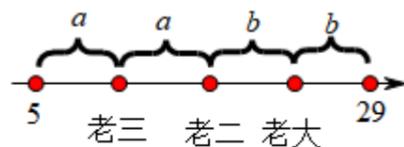
那么，老大比老三大\_\_\_\_\_岁。

【答案】：12

【解析】：假设三个兄弟的年龄关系如图所示，老三和老二相差  $a$  岁，老二和老大相差  $b$  岁，而由题目信息可得如图二关系图，两倍的  $(a+b)$  为  $29-5=24$  岁，所以老大和老三的年龄差为  $24 \div 2 = 12$  岁。



图一



图二

10. 爸爸给了小鹏5块一样的巧克力，小鹏每天至少吃一块，直到吃完为止，那么他共有\_\_\_\_\_种不同的吃法。

【答案】：16

【解析】：根据题意，小鹏最少吃一天，最多吃5天。

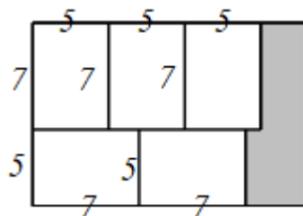
- ① 吃1天有1种方法；
- ② 由于  $5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 3 + 2 = 4 + 1$ ，所以吃两天有4种方法；
- ③ 由于  $5 = 1 + 1 + 3 = 1 + 2 + 2 = 1 + 3 + 1 = 2 + 1 + 2 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1$ ，所以吃3天有6种方法；
- ④ 由于  $5 = 1 + 1 + 1 + 2 = 1 + 1 + 2 + 1 = 1 + 2 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1$ ，所以吃4天有4种方法；
- ⑤ 吃5天有1种方法。

所以，共有  $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$  种方法。

11. 用一张  $12 \times 18$  的长方形纸片，剪出  $5 \times 7$  的小长方形纸片，最多能剪出\_\_\_\_\_张。

【答案】：5

【解析】：  $(12 \times 18) \div (5 \times 7) = 216 \div 35 = 6 \dots 6$ ，所以最多可能是6张。从合理用料角度考虑，6张只能上下两层，每层3张，但是这样的长方形为  $15 \times 21$ 。不可能。如图是剪出5张的方法。



12. 一条东西走向的马路上，由西向东依次有A、B、C、D四地，A、B两地与B、C两地都相距900米，C、D两地相距1800米。甲、乙从A地，丙从D地同时出发相向而行，甲和丙在B地相遇，此时乙正好到C地。当丙到达A地的时候，乙立即返回，直到和甲相遇为止。那么整个过程中，甲一共走了\_\_\_\_\_米。

【答案】：1600

【解析】：当甲、丙相遇时，甲走了900米，丙走了2700米，乙走了1800米，那么丙的速度是甲的3倍，乙的速度是甲的2倍。当丙到达A地时，丙走了900米，那么这是甲走了  $900 \div 3 = 300$  米，乙走了

$300 \times 2 = 600$  米，甲、乙相距  $900 + 600 - 300 = 1200$  米，甲、乙相向而行到相遇，甲走了  $1200 \div 3 = 400$  米，从而甲一共走了： $900 + 300 + 400 = 1600$  米。

二、解答题（13-15 小题每题 12 分，16、17 小题各 15 分，共 66 分）

13. 计算： $9999 \times 1111 + 3333 \times 6667$

【解析】：原式  $= (3333 \times 3) \times 1111 + 3333 \times 6667$   
 $= 3333 \times (1111 \times 3) + 3333 \times 6667$   
 $= 3333 \times (3333 + 6667)$   
 $= 3333 \times 10000$   
 $= 33330000$

14. 东城车站有马车 16 辆，西城车站有马车 14 辆。每天从东站往西站的马车有 6 辆，从西站往东站的马车有 8 辆。

- (1) 几天后东站的马车是西站马车的 4 倍？
- (2) 几天后西站没有马车了？

【解析】：(1) 设  $x$  天后车站的马车是西站的马车的 4 倍。因为每天从东站往西站的马车 6 辆，从西站往东站的马车有 8 辆，所以东站的马车每天增加 2 辆，而西站的马车每天减少 2 辆。从而

$$16 + 2x = 4(14 - 2x)$$

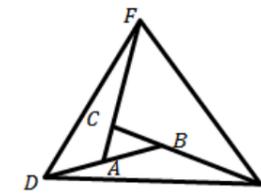
$$x = 4$$

所以，4 天后东站的马车是西站马车的 4 倍。

$$(2) \quad 14 \div (16 - 14) = 7 \text{ (天)}$$

所以，7 天后西站没有马车了。

15. 如图， $AB = AD$ ， $BE = 2BC$ ， $CF = 3CA$ ， $\triangle ABC$  的面积是 5，求  $\triangle DEF$  的面积。

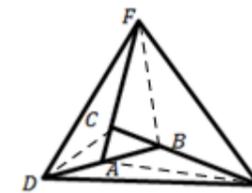


【解析】：连结 AE、BF、CD

$$\because AB = AD$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC}$$

$$\text{又} \because CF = 3CA$$



$$\therefore S_{\triangle ADF} = 4S_{\triangle ACD} = 4S_{\triangle ABC}$$

同理：  $S_{\triangle BDE} = 4S_{\triangle ABC}$

$$S_{\triangle CEF} = 9S_{\triangle ABC}$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = 18S_{\triangle ABC} = 90$$

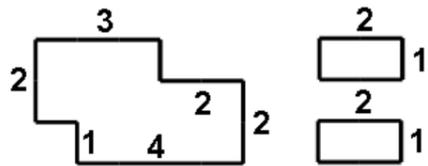
16. 请把 1~9 这 9 个数分别填入图中的圆圈内，使每横行、竖列分别组成一个等式.

$$\begin{array}{ccc} \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = 14 \\ | \quad + \quad \times \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = 15 \\ || \quad || \quad || \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = 16 \end{array}$$

【解析】：

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{8} + \textcircled{4} + \textcircled{2} = 14 \\ | \quad + \quad \times \\ \textcircled{7} + \textcircled{5} + \textcircled{3} = 15 \\ || \quad || \quad || \\ \textcircled{1} + \textcircled{9} + \textcircled{6} = 16 \end{array}$$

17. 将下图中的三个图形无重叠的拼成一个轴对称图形，请画图作答。（只需画出两种即可）



【解析】：

